



Texto completo correspondiente al artículo:

Un modelo integrado para el análisis a fatiga de firmes flexibles considerando los efectos dinámicos de rodadura

Autores: Fermín Navarrina, Luis Ramírez, José París, Xesús Nogueira, Ignasi Colominas, Manuel Casteleiro, Manuel Ruiz y José R. Fernández de Mesa.

Publicado en el número especial de la revista *Carreteras*:

“Premio Internacional a la Innovación en Carreteras
Juan Antonio Fernández del Campo”. VI Edición 2015-2016

Nº 214, julio – agosto 2017

UN MODELO INTEGRADO PARA EL ANÁLISIS A FATIGA DE FIRMES FLEXIBLES CONSIDERANDO LOS EFECTOS DINÁMICOS DE RODADURA

RESUMEN

En este trabajo se presenta un modelo integrado para el análisis a fatiga de firmes flexibles que considera el efecto de la carga dinámica de rodadura. El objetivo principal de este trabajo es cuantificar la reducción que experimenta la vida útil del firme debido al aumento de las cargas dinámicas ejercidas por los vehículos a medida que se deteriora progresivamente el perfil longitudinal de rugosidad de la carretera.

En primer lugar se revisa el procedimiento para el análisis a fatiga de firmes flexibles que prescribe la norma española 6.1-IC. Aunque la formulación presentada es específica para esta norma, los conceptos subyacentes no son restrictivos por lo que el modelo puede adaptarse fácilmente a otras regulaciones. En segundo lugar se formalizan matemáticamente los conceptos de daño acumulado y vida estructural útil. A continuación se introduce la carga dinámica de rodadura y se define un indicador de daño acumulado por fatiga que tiene en cuenta sus efectos. La carga dinámica efectiva se tipifica en esta formulación mediante un factor de amplificación. Para la cuantificación de este factor se generaliza la formulación del modelo de un cuarto de coche, lo que permite calcular la evolución temporal de la carga dinámica ejercida por los vehículos pesados sobre el pavimento. Finalmente el modelo se completa con un procedimiento sencillo que permite simular cómo se deteriora el perfil longitudinal de rugosidad a lo largo del tiempo.

Finalmente se presenta un ejemplo de aplicación.

Palabras clave: firme flexible, carga dinámica de rodadura, daño acumulado, vida útil del firme, modelo de un cuarto de vehículo, IRI, degradación del perfil de rugosidad.

1 INTRODUCCIÓN

Inmediatamente después de la Segunda Guerra Mundial, el Cuerpo de Ingenieros del Ejército de Tierra de los Estados Unidos realizó una serie de innovadores ensayos en relación con el comportamiento estructural del firme. En estos estudios precursores se mantuvieron rodando vehículos pesados sobre pistas de prueba hasta que las diferentes secciones de firme sufrieron daños severos. Los resultados indicaron que la vida útil de cada sección quedaba determinada por la carga transmitida por los ejes y por el número de ciclos de carga hasta el fallo estructural [Cebon 1999]. Los procedimientos modernos para el diseño de secciones y los conceptos subyacentes fueron establecidos en aquel momento y permanecen virtualmente inalterados desde entonces.

2 ANÁLISIS A FATIGA DE FIRMES FLEXIBLES

Según la Norma 6.1-IC [DGC 2003], el volumen de tráfico que debe tenerse en cuenta para dimensionar la sección de un firme se tipifica mediante el concepto denominado Tráfico Equivalente de Proyecto (TEP). El TEP se define como el número equivalente de ejes de 128 kN que se espera que produzcan el mismo daño que todos los vehículos que circularán sobre la sección durante el período de proyecto. Según [Kraemer y Albelda 2004] el TEP se puede expresar en la forma

$$E = (\text{IMDp} \cdot 365 \cdot T_p \cdot f) \cdot C \cdot \gamma, \quad (1)$$

donde IMDp es la Intensidad Media Diaria de vehículos pesados (estimada para el año de puesta en servicio), T_p es el período de proyecto (en años), f es un factor de crecimiento para la intensidad de tráfico (promediado a lo largo del período de proyecto), C es un coeficiente de conversión (número equivalente de ejes de 128 kN por vehículo pesado) que depende del tipo de firme y $\gamma \in [1.06, 1.18]$ es un coeficiente de mayoración de cargas (dado como una función creciente y escalonada del valor de IMDp) que actúa como un coeficiente de seguridad frente al exceso de carga que puedan transportar los vehículos pesados. El factor de crecimiento f se puede calcular como

$$f = \frac{(1+r)^{T_p} - 1}{rT_p} = 1 + \frac{(T_p - 1)}{2} r + \mathcal{O}(r^2), \quad (2)$$

donde r es la tasa estimada de crecimiento anual del tráfico, que se supone constante durante el período de proyecto.

Para los firmes flexibles de mezcla bituminosa en caliente, la Norma 6.1-IC [DGC-SEI 2003] estipula la siguiente ley de fatiga por deformación

$$\varepsilon_r = K \cdot N^{-\alpha} \quad \Leftrightarrow \quad N = (K/\varepsilon_r)^{1/\alpha}, \quad (3)$$

donde N es el número de ciclos de carga hasta el fallo, que es el máximo número de ejes de 128 kN que el firme puede soportar hasta que se produce el colapso por fatiga.

La deformación de referencia ε_r tipifica el daño estructural provocado por un solo ciclo de carga. Específicamente, ε_r es la máxima deformación elástica horizontal que se produce en la parte más profunda de la capa de asfalto debido al paso de un eje de 128 kN. Por otro lado, K y α son coeficientes constantes que dependen de las características del firme. Obviamente es preciso calcular el valor de la deformación de referencia ε_r en primer lugar, para determinar posteriormente el valor de N mediante la ecuación (3).

Según [Kraemer y Albelda 2004] se puede suponer que la carga vertical de 128 kN transmitida por cada eje se reparte proporcionalmente entre las ruedas, que cada rueda transmite al pavimento su parte de la carga total en una huella de contacto circular y que la correspondiente carga distribuida vertical es uniforme e igual a la presión de inflado. Por tanto, el radio de la huella de contacto de cada rueda viene dado por la expresión

$$a = \sqrt{\frac{V}{\pi\sigma}}, \quad \text{siendo } V = \frac{128 \text{ kN}}{n_w}, \quad (4)$$

donde V es la parte de la carga total que corresponde a cada rueda, n_w es el número de ruedas por cada eje y σ es la presión de inflado. En el caso de ejes con dos ruedas, parece claro que su influencia mutua puede considerarse despreciable debido a la distancia de separación. Por tanto, el análisis estructural del firme se reduce a resolver un problema elástico lineal en un semiespacio estratificado horizontalmente en el que la presión vertical σ se distribuye uniformemente en un círculo de radio a sobre la superficie del pavimento. En estas condiciones, el problema exhibe simetría axial y la deformación de referencia ε_r se identifica como la deformación radial en el punto del eje de simetría que está situado en la parte más profunda de la capa de asfalto (ver Figura 1). La solución analítica de este problema se expuso por primera vez en [Burmister 1945]. En el caso general no tiene por qué haber simetría axial ni la localización de la tensión de referencia es evidente, pero la obtención de la solución analítica siempre se puede plantear por superposición de las soluciones de Burmister correspondientes a cada rueda.

Llegados a este punto, recordamos que el valor de E dado por (1) representa el número equivalente de ejes de 128 kN que se espera que circulen sobre la sección de firme en cuestión a lo largo del período de proyecto, mientras que el valor de N dado por (3) representa el número máximo de ejes de 128 kN que la sección puede soportar antes de que se produzca el colapso por fatiga. Por tanto, la restricción $E \leq N$ debe satisfacerse para que la sección de firme pueda considerarse técnicamente aceptable.

Las ideas descritas anteriormente tienen sus respectivas correspondencias en las normas aprobadas por las administraciones de otros países. Por ejemplo, según la norma norteamericana [AASHTO 1998] el volumen de tráfico que debe tenerse en cuenta para dimensionar la sección de un firme se tipifica mediante el concepto denominado *Cumulative Equivalent Single Axle Load* (CESAL), que se define como el número equivalente de ejes de 80 kN que se espera que produzcan el mismo daño que todos los vehículos que circularán sobre la sección durante el período de proyecto.

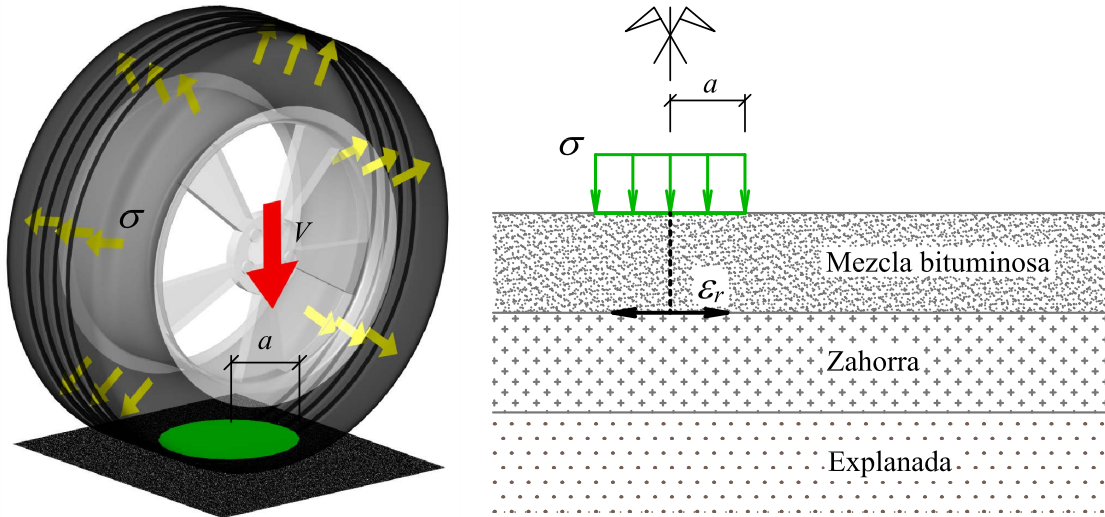


Figura 1. Transmisión de carga al pavimento y deformación de referencia para el modelo de fatiga.

3 DAÑO ACUMULADO Y VIDA ÚTIL

Parece obvio que el daño por fatiga aumenta de forma acumulativa a medida que crece el número de ciclos de carga. La idea seminal conocida comúnmente como “regla lineal” fue introducida por primera vez por Palmgrem hace más de 90 años. Aproximadamente 20 años después, Miner expresó el mismo concepto en términos matemáticos mediante la conocida fórmula

$$\mathcal{D} = \sum_i \left(\frac{n_i}{N_i} \right), \quad (5)$$

que cuantifica el daño total acumulado por fatiga \mathcal{D} que se produce cuando diferentes cargas son aplicadas en diferentes proporciones. En la expresión anterior, n_i es el número de ciclos de aplicación de la carga i , mientras que N_i es el número de ciclos que producen el colapso cuando la carga i es la única que se aplica repetidamente. Como regla general, el sistema se considera en situación de fallo cuando $\mathcal{D} \geq 1$.

La ecuación (5) implica que la razón entre n_i y N_i puede ser usada como un indicador del daño acumulado por fatiga causado por la aplicación reiterada de la carga i , y que basta con sumar estos valores para obtener el daño acumulado debido a la aplicación reiterada de varias cargas distintas. Estos hechos constituyen el soporte teórico del concepto de número equivalente de ejes, que fue presentado anteriormente.

De acuerdo con estas ideas, un indicador del daño acumulado por fatiga para el análisis de un firme flexible puede definirse como la razón entre los valores de E y N dados por las ecuaciones (1) y (3) respectivamente. Pero el indicador así definido sólo cuantificaría el daño acumulado por fatiga al final del período de proyecto T_p . En su lugar, definiremos a continuación un indicador más versátil en función del tiempo.

Las ecuaciones (1) y (2) pueden ser modificadas fácilmente para obtener el número equivalente de ejes de 128 kN correspondiente a un período de tiempo de duración T (en años) a partir de la fecha de puesta en servicio

$$E(T) = (\text{IMDp} \cdot 365 \cdot C \cdot \gamma) \cdot \frac{(1+r)^T - 1}{r}. \quad (6)$$

En consecuencia, podemos definir el indicador de daño acumulado por fatiga

$$\begin{aligned} \psi(\tau) &= \frac{E(T)|_{T=\tau T_p}}{N} \\ &= \left(\frac{\text{IMDp} \cdot 365 \cdot C \cdot \gamma}{(K/\varepsilon_r)^{1/\alpha}} \right) \frac{(1+r)^{\tau T_p} - 1}{r}, \quad \text{siendo } \tau = T/T_p, \end{aligned} \quad (7)$$

que cuantifica la evolución del daño acumulado por fatiga como una función del tiempo transcurrido desde la fecha de puesta en servicio.

Puesto que el tiempo adimensional τ corresponde al tiempo real T escalado en términos del período de proyecto T_p , el final del período de proyecto está representado por el valor $\tau = 1$. Por tanto, el valor de $\psi(1)$ indica si la sección de firme está sobredimensionada ($\psi(1) < 1$), estrictamente bien dimensionada ($\psi(1) = 1$) o infradimensionada ($\psi(1) > 1$). En cualquier caso, el tiempo adimensional τ_s tal que $\psi(\tau_s) = 1$ marca el final de la vida útil del firme, que se produce una vez transcurrido un tiempo real $T_s = \tau_s T_p$.

4 CASO PRÁCTICO

La Norma 6.1-IC [DGC-SEI 2003] incluye un catálogo con un total de 61 secciones tipo predefinidas. El sistema de clasificación permite identificar inmediatamente cuáles son las secciones adecuadas para cada caso en función de la categoría del tráfico (definida a partir de la IMDp) y de la calidad estructural de la explanada. Aunque este planteamiento facilita la tarea del proyectista, se puede argumentar que la mera existencia de un catálogo puede originar efectos indeseables. En particular, parece obvio que los proyectistas tenderán a elegir una de las secciones predefinidas, en lugar de realizar un diseño específico y optimizado para cada situación. Por tanto, cabe pensar que una parte de las secciones proyectadas estarán sobredimensionadas (al menos hasta cierto punto).

En 2004 se presentó una evaluación técnica exhaustiva de las secciones del catálogo con el fin de verificar este aserto [Kraemer y Albelda 2004]. Una de las secciones analizadas es la denominada T3121, adecuada para tráfico de categoría T31 ($100 \leq \text{IMDp} < 200$) y explanada de calidad estructural de nivel 2, opción 1. Esta sección de firme flexible está formada por una capa inferior de zahorra artificial de 40 cm de espesor, y una capa superior de mezcla bituminosa en caliente de 16 cm de espesor.

En particular, estos autores analizaron el comportamiento de esta sección con los siguientes datos: $\text{IMDp} = 171$ vehículos pesados por día, $T_p = 20$ años, $r = 3\%$, $C = 0.5$,

$\gamma = 1.12$, $V = 128 \text{ kN}/n_w$, $n_w = 4$, $\sigma = 0.8 \text{ MPa}$, $K = 6.925 \times 10^{-3}$ y $\alpha = 0.27243$. El valor de la deformación de referencia ε_r correspondiente a este caso se obtuvo mediante el programa de ordenador AlizéWin (versión 1.02) publicado en 2002 por el *Laboratoire central des ponts et chaussées* (LCPC, actualmente IFSTTAR). Los resultados obtenidos por estos autores son $E = 0.96 \cdot 10^6$ y $N = 1.5 \cdot 10^6$ [Kraemer y Albelda 2004].

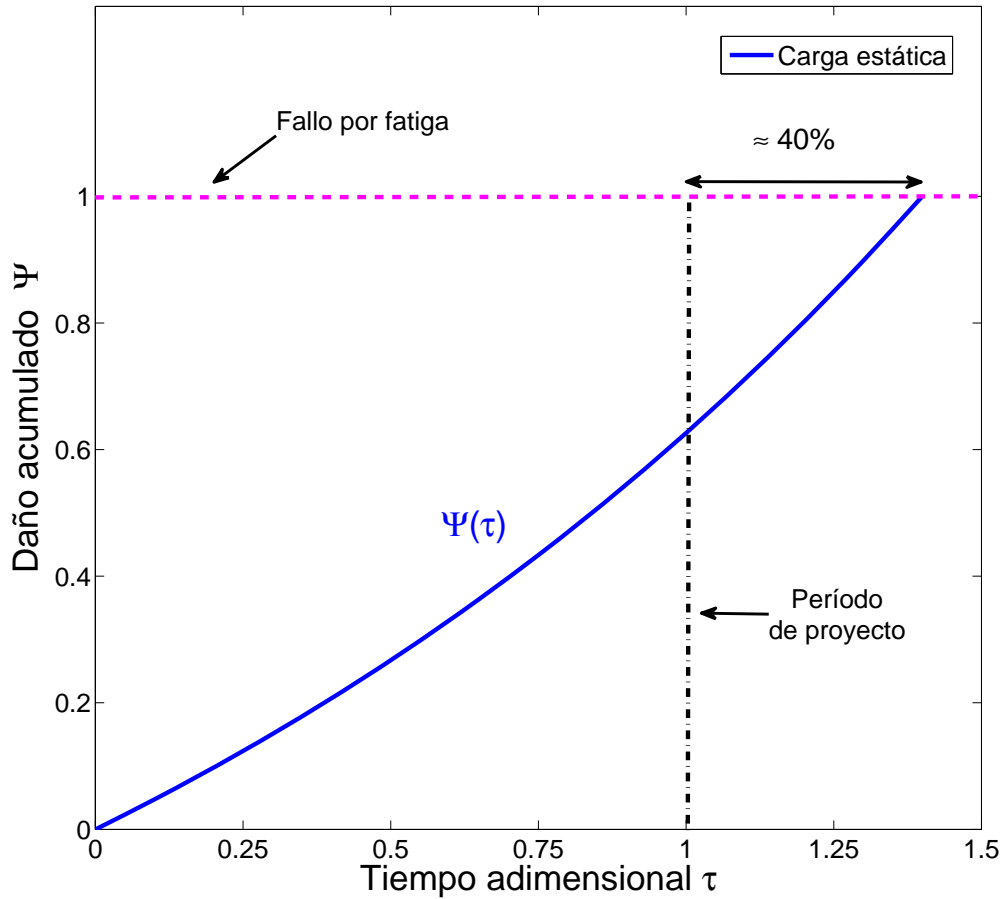


Figura 2. Evolución del indicador de daño $\psi(\tau)$ para la sección T3121.

En la Figura 2 se muestra la evolución en el tiempo del indicador de daño acumulado por fatiga (7) para la sección T3121. Aparentemente, la sección está muy sobredimensionada, puesto que el daño estimado al final del período de proyecto es $\psi(1) \approx 0.64 \ll 1$, y el fallo por fatiga $\psi(\tau_s) = 1$ no se alcanza hasta que $\tau_s \approx 1.4$, lo que extiende la vida útil estimada para la sección hasta alcanzar unos 8 años más que el período de proyecto.

5 CARGA DINÁMICA DE RODADURA

Con carácter general, las normas actuales cuantifican el volumen de tráfico a considerar para el dimensionamiento del firme en términos de un número equivalente de ejes, aunque el valor de la carga transmitida por cada eje dependerá de la norma en cuestión (como hemos visto anteriormente en el caso de la norma española 6.1-IC y la norma norteamericana AASHTO).

Parece obvio que cuando el vehículo rueda por una carretera completamente recta, sobre un pavimento cuya superficie es perfectamente suave y a velocidad constante, la carga vertical transmitida por cada rueda al pavimento V será la parte del peso total que le corresponde soportar cuando el vehículo está parado. Estas son las suposiciones que justifican la expresión (4). Sin embargo, ningún pavimento en el mundo real tiene una superficie perfectamente suave, lo que indefectiblemente provoca la aparición de efectos dinámicos. Por otro lado, parece claro que la carga dinámica pico aumentará con el tiempo, a medida que la superficie del pavimento se degrade y se incremente su rugosidad. Por tanto, se espera que también se incremente con el tiempo el daño por fatiga causado por el paso de un determinado eje.

Diversos autores (Cebon, Woodrooffe, LeBlanc, LePiane, Cole, Shi, Cai y Davis, entre otros) han planteado estas ideas durante los últimos 30 años [Navarrina et al. 2015]. Sin embargo, las normas actuales consideran que la carga transmitida por cada eje equivalente es invariable a lo largo de todo el período de proyecto. Como ya hemos mencionado, el factor de mayoración de cargas γ en la ecuación (1) actúa como un coeficiente de seguridad frente a la incertidumbre asociada al valor de la carga que realmente transportan los vehículos pesados (es decir, las sobrecargas transportadas por encima de los límites legales). Se podría argumentar que este factor podría incluir también los efectos de las cargas dinámicas. Sin embargo, γ es constante a lo largo del tiempo y su valor es relativamente pequeño, mientras que los valores pico de las cargas dinámicas deberían aumentar con el tiempo, pudiendo llegar a ser apreciablemente mayores que las cargas estáticas correspondientes. En consecuencia, concluimos que la mera introducción de este factor de seguridad no es suficiente para tener en cuenta los efectos de las cargas dinámicas de rodadura.

Supongamos que la carga dinámica vertical transmitida por cada rueda en el instante T viene dada por

$$V_d(T) = V \Phi(T), \quad (8)$$

donde V es la carga vertical (estática) dada por la expresión (4) y $\Phi(T) \geq 1$ es el denominado factor de amplificación de la carga dinámica.

Si la presión de inflado σ se considera constante, el radio de la huella circular de contacto de la rueda correspondiente con la superficie del pavimento será

$$a_d(T) = a \Phi(T)^{1/2}. \quad (9)$$

En estas condiciones, el análisis estructural del firme se reduce nuevamente a resolver un problema elástico lineal en un semiespacio estratificado horizontalmente en el que la presión vertical σ se distribuye uniformemente en un círculo de radio $a_d(T)$ sobre la superficie del pavimento. Una vez más, el problema exhibe simetría axial, la deformación de referencia $\varepsilon_{rd}(T)$ se identifica como la deformación radial en el punto del eje de

simetría que está situado en la parte más profunda de la capa de asfalto, y la solución analítica de este problema se puede obtener a partir de las expresiones explicitadas en [Burmister 1945].

Con el fin de simplificar el análisis, asumimos que

$$\varepsilon_{rd}(T) \approx \varepsilon_r \Phi(T). \quad (10)$$

Puesto que el problema es elástico y lineal, las tensiones y deformaciones son proporcionales a las cargas externas. En consecuencia, la aproximación anterior podría considerarse exacta si el radio de la huella de contacto (a) permaneciese constante y la presión de inflado adquiriese un nuevo valor $\sigma_d = \sigma \Phi(T)$. Esta aproximación podrá considerarse también muy precisa cuando el espesor de la capa de mezcla bituminosa sea mucho mayor que el radio de la huella de contacto $a_d(T)$. En nuestro caso, sin embargo, el valor del radio de la huella de contacto para la carga estática es $a \approx 11.28$ cm, y este valor crece hasta $a_d(T) \approx 15.96$ cm cuando $\Phi(T) = 2$, mientras que el espesor de la capa de mezcla bituminosa es de 16 cm y la separación entre las ruedas gemelas de cada par del eje es de sólo 37.5 cm [Kraemer y Albelda 2004]. En estas condiciones, parece claro que la expresión (10) sólo puede ser considerada como una primera aproximación al valor exacto de $\varepsilon_{rd}(T)$. En cualquier caso, se espera que sea lo suficientemente precisa a los efectos de este trabajo.

En consecuencia, el número de ciclos de carga hasta el fallo por fatiga correspondiente a la carta dinámica $V_d(T)$ será

$$N_d(T) = (K/\varepsilon_{rd}(T))^{1/\alpha} \approx N \Phi(T)^{-(1/\alpha)}. \quad (11)$$

Por otro lado, es preciso formular una expresión homóloga a la (6) que tenga en cuenta los efectos de la carga dinámica. Puesto que $E(T)$ representa el número equivalente de ejes de 128 kN que circulan sobre la sección en el intervalo $[0, T]$, el número equivalente de ejes que circulan sobre la sección en el intervalo $[T, T + dT]$ será $E'(T)dT$. Sea $E_d(T)$ el número equivalente de ejes de 128 kN que circulan sobre la sección en el intervalo $[0, T]$ cuando se tiene en cuenta el efecto de la carga dinámica (8). En estos términos, $E'_d(T)dT$ representará el correspondiente número equivalente de ejes que circulan sobre la sección en el intervalo $[T, T + dT]$. Por tanto, y por aplicación de la regla de Miner (5), la relación entre $E(T)$ y $E_d(T)$ se podrá escribir como

$$\frac{E'_d(T) dT}{N} = \frac{E'(T) dT}{N_d(T)} \implies E'_d(T) = E'(T) \frac{N}{N_d(T)} \approx E'(T) \Phi(T)^{1/\alpha}. \quad (12)$$

Entonces, teniendo en cuenta la expresión (6) podemos escribir

$$E_d(T) = \int_0^T E'_d(T) dT \approx (\text{IMDp} \cdot 365 \cdot C \cdot \gamma) \frac{\ln(1+r)}{r} \int_0^T (1+r)^T \Phi(T)^{1/\alpha} dT. \quad (13)$$

Y, finalmente, la expresión del indicador de daño acumulado por fatiga considerando efectos dinámicos, homóloga de la (7), se podrá escribir como

$$\begin{aligned}\psi_d(\tau) &= \frac{E_d(T)|_{T=\tau T_p}}{N} \\ &\approx \psi(\tau) \frac{\ln(1+r)}{(1+r)^{\tau T_p} - 1} \int_{T=0}^{T=\tau T_p} (1+r)^T \Phi(T)^{1/\alpha} dT, \quad \text{siendo } \tau = T/T_p.\end{aligned}\quad (14)$$

6 MODELO DE UN CUARTO DE VEHÍCULO

El IRI representa el valor acumulado de los desplazamientos verticales que experimentará la carrocería de un cierto vehículo ligero debido a la rugosidad de la superficie de la carretera por unidad de longitud recorrida. Para cuantificar este índice es preciso simular el comportamiento dinámico de un vehículo virtual de características predeterminadas [Gillespie, Sayers y Segel 1980] que se considere representativo del parque móvil de vehículos ligeros, lo que se conoce como modelo de un cuarto de coche (o QC, por las siglas del inglés *Quarter Car*). Por otro lado, el factor $\Phi(T)$ definido en la expresión (8) da cuenta de la amplificación de la carga vertical que soporta cada rueda de un vehículo pesado debido al deterioro progresivo de la superficie de la carretera. Para cuantificar este factor, será preciso simular el comportamiento dinámico de un vehículo virtual que se considere representativo del parque móvil de vehículos pesados. El modelo de un cuarto de vehículo (o QV, por las siglas del inglés *Quarter Vehicle*) —que se define a continuación— es una extensión del modelo QC que permite calcular tanto el IRI como el factor $\Phi(T)$ si se ajustan correctamente los parámetros del modelo según sea el caso.

El modelo QV se muestra en la Figura 3. Esencialmente, la masa suspendida m_2 representa la inercia de la cuarta parte de la carrocería, que está unida al eje mediante la suspensión. El comportamiento de la suspensión se modela mediante el muelle de constante elástica k_2 y el amortiguador de coeficiente de viscosidad c_2 . La masa no suspendida m_1 representa la inercia de la mitad del eje cuya rueda se apoya sobre el pavimento. El comportamiento de la rueda se modela mediante el muelle de constante elástica k_1 y el amortiguador de coeficiente de viscosidad c_1 . Este amortiguador no se incluye en el modelo QC estándar, dado que el amortiguamiento del neumático de un vehículo ligero se suele considerar despreciable. Por tanto, para calcular el IRI debe adoptarse el valor $c_1 = 0$ Ns/m. Sin embargo, el amortiguamiento del neumático no resulta despreciable en el caso de un vehículo pesado, lo que explica la presencia del amortiguador de coeficiente c_1 en el modelo QV. A efectos de plantear las ecuaciones del movimiento, el contacto entre la rueda y el pavimento se supone reducido a un punto.

El perfil longitudinal de la carretera sobre el que se produce la rodadura se representa mediante la función $y = p(x)$ para $x \geq 0$, tal que $p(0) = p'(0) = 0$. Por su parte, el cuarto de vehículo se mueve con velocidad horizontal v constante. El recorrido virtual empieza

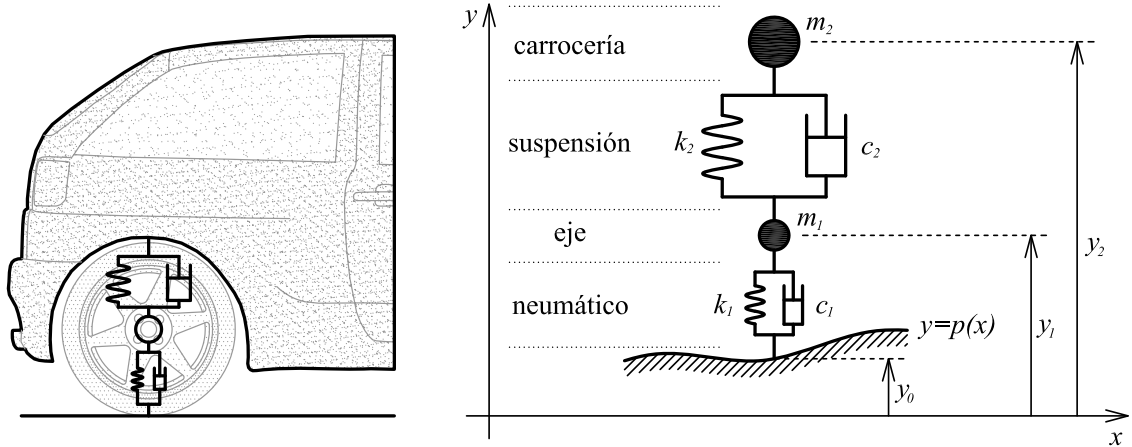


Figura 3. Modelo de un cuarto de vehículo (QV).

en la posición $x = 0$ en el instante de tiempo (local) $t = 0$. Por tanto, $y_0(t) = p(x)|_{x=vt}$ y el sistema dinámico tiene dos grados de libertad: las funciones incógnita $y_1(t)$ e $y_2(t)$. Como condiciones iniciales (compatibles con el cálculo del IRI), tomamos $y_1(0) = \dot{y}_1(0) = 0$, $y_2(0) = \dot{y}_2(0) = 0$.

Aplicando la Segunda Ley de Newton tanto a la masa suspendida como a la masa no suspendida, se obtiene el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias

$$\underline{M} \ddot{\bar{u}}(t) + \underline{C} \dot{\bar{u}}(t) + \underline{K} \bar{u}(t) = \bar{b} \ddot{y}_0(t), \quad (15)$$

en términos de la nueva variable vectorial $\bar{u}(t)$, donde

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2) & m_2 \\ m_2 & m_2 \end{bmatrix}, \quad \underline{C} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix}, \quad \underline{K} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{b} = - \begin{Bmatrix} (m_1 + m_2) \\ m_2 \end{Bmatrix}, \quad (16)$$

y

$$\bar{u}(t) = \begin{Bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{Bmatrix}, \quad u_1(t) = y_1(t) - y_0(t) - \delta_1, \quad u_2(t) = y_2(t) - y_1(t) - \delta_2, \quad (17)$$

siendo δ_1 y δ_2 los valores estáticos de $(y_1 - y_0)$ e $(y_2 - y_1)$, respectivamente, cuando el vehículo está parado. Los componentes del vector incógnita $\bar{u}(t)$, tal y como está definido en (17), representan las oscilaciones de las masas no suspendida y suspendida respecto a las que serían sus correspondientes posiciones de equilibrio en caso de que el vehículo se hubiese detenido en el punto $x = vt$.

Por otro lado, la carga dinámica vertical $V_d(t)$ ejercida por la rueda sobre el pavimento a lo largo del recorrido se puede calcular como

$$V_d(t) = V (1 + \eta(t)), \quad \text{con } V = (m_1 + m_2)g, \quad \eta(t) = \frac{-1}{(m_1 + m_2)g} (c_1 \dot{u}_1(t) + k_1 u_1(t)), \quad (18)$$

en términos de la carga estática vertical V y de la denominada función de amplificación dinámica $\eta(t) \geq -1$. Si la función $\eta(t)$ disminuye hasta alcanzar su cota inferior, la rueda

podría llegar a despegar (esto es, a separarse de la superficie del pavimento). Si se diese esta situación sería preciso plantear un modelo adicional para realizar el seguimiento del sistema durante el vuelo (es decir, hasta el momento en que se produzca el aterrizaje de la rueda sobre el pavimento).

Aplicando las propiedades de la Transformada de Laplace [Melis 2008] podemos escribir ahora las funciones de transferencia del vector incógnita $\bar{u}(t)$ respecto a $y_0(t)$ y de la función incógnita $\eta(t)$ respecto a $u_1(t)$ como

$$H_{\bar{u}y_0}(s) = [\underline{M} s^2 + \underline{C} s + \underline{K}]^{-1} \bar{b} s^2, \quad H_{\eta u_1}(s) = \frac{-1}{(m_1 + m_2)g} (c_1 s + k_1). \quad (19)$$

En estos términos, las transformadas de Laplace de las incógnitas $\bar{u}(t)$ y $\eta(t)$ se pueden escribir como

$$\mathcal{L}\{\bar{u}(t)\}(s) = H_{\bar{u}y_0}(s) \mathcal{L}\{y_0(t)\}(s), \quad \mathcal{L}\{\eta(t)\}(s) = H_{\eta u_1}(s) \mathcal{L}\{u_1(t)\}(s), \quad (20)$$

mientras que la transformada de Laplace de $y_0(t)$ se puede obtener fácilmente a partir de la transformada de Laplace del perfil longitudinal $p(x)$ mediante la expresión

$$\mathcal{L}\{y_0(t)\}(s) = \frac{1}{v} P(\xi)|_{\xi=s/v}, \quad \text{siendo } P(\xi) = \mathcal{L}\{p(x)\}(\xi) = \int_{x=0}^{x=\infty} e^{-\xi x} p(x) dx. \quad (21)$$

Finalmente, el uso de la Transformada Inversa de Laplace permite resolver formalmente el problema. Por otro lado, el planteamiento matemático anterior puede discretizarse empleando el concepto de Transformada Discreta de Fourier (DFT) [Melis 2008], lo que permite obtener su solución también en la práctica.

7 CÁLCULO DEL IRI Y DEL FACTOR DE AMPLIFICACIÓN DE LA CARGA DINÁMICA

Para el cálculo del IRI es preciso ajustar los parámetros del modelo QV de forma que coincidan con los del modelo QC [Gillespie, Sayers y Segel 1980], que se indican en la columna QC-IRI de la Tabla 1. Durante la simulación, el cuarto de vehículo se hace circular con una velocidad $v = 80$ km/h a lo largo de un perfil de longitud $L = 100$ m. Por tanto, el tiempo necesario para completar el recorrido virtual es $t_{\max} = L/v = 4.5$ s.

En la práctica, la función $y = p(x)$ que describe la rugosidad del perfil se genera a partir de medidas in situ obtenidas mediante un instrumento que se denomina perfilómetro. Los datos en bruto se suavizan mediante un filtro paso bajo de media móvil con una base de 250 mm antes de realizar la simulación. El motivo por el que se realiza este filtrado es la conveniencia de eliminar los componentes de menor longitud de onda de la rugosidad, cuyos efectos en la huella de contacto entre la rueda y el pavimento se consideran despreciables debido a la flexibilidad de la propia cubierta [Sayers y Karamihas 1998].

Una vez se conocen los resultados de la simulación, el IRI se calcula como

$$\text{IRI} = \frac{1}{L} \int_{t=0}^{t=t_{\max}} |i_2| dt. \quad (22)$$

Por su parte, para calcular el factor de amplificación $\Phi(T)$, es preciso ajustar los parámetros del modelo QV con el fin de reproducir el comportamiento dinámico de un cuarto de vehículo pesado (o QHV, por las siglas del inglés *Quarter Heavy Vehicle*) que se considere adecuado. En las columnas QHV–LS, QHV–AS y QHV–WB de la Tabla 1 se indican los valores de tres posibles modelos QHV con diferentes tipos de suspensión: de Ballesta (o LF, por las siglas del inglés *Leaf Spring*) [Misaghi 2011], Neumática (o AS, por las siglas del inglés *Air Spring*) [Cebon 1999] y de Viga Oscilante (o WB, por las siglas del inglés *Walking Beam*) [Misaghi 2011], respectivamente. Hasta el momento presente no se ha establecido ninguna regulación en este sentido, ni tampoco en relación con la velocidad v o la longitud L del recorrido virtual que deben emplearse en este tipo de simulaciones. En el ejemplo presentado en este trabajo, los parámetros utilizados corresponden a los de un cuarto de vehículo pesado con suspensión neumática indicados en la columna QHV–AS de la Tabla 1, mientras que para v , L y t_{\max} se han utilizado los mismos valores que se emplean para calcular el IRI.

Tabla 1. Parámetros estandarizados para el modelo de un cuarto de vehículo.

Param.	Unid.	QC–IRI	QHV–LS	QHV–AS	QHV–WB
m_2	kg	250	6.700	8.900	6.600
k_2	N/m	15.825	4.000.000	2.000.000	4.000.000
c_2	Ns/m	1.500	80.000	40.000	80.000
m_1	kg	37,5	500	1.100	1.100
k_1	N/m	163.250	3.500.000	3.500.000	3.500.000
c_1	Ns/m	0	4.000	4.000	4.000

Llegados a este punto, es importante remarcar la distinción entre el tiempo global T (en años, medido a partir de la fecha de puesta en servicio) que se usa para describir la evolución del estado del firme a lo largo de su vida de servicio, y el tiempo local t (en segundos, que se empieza a contar a partir del momento T) y que se usa para describir la respuesta dinámica del modelo QV a lo largo de un corto intervalo de tiempo (t_{\max} , normalmente 4.5 s).

Si se toma $\Phi(T) = (1 + \eta(t))$ en las expresiones (8), (9), (10) y (11), se concluye —por aplicación de la regla de Miner— que el daño causado por un sólo eje tipo en el instante t (local) bajo la posición de la rueda ($x = vt$) es (aproximadamente) proporcional a $(1 + \eta(t))^{1/\alpha}$. Puesto que el daño es diferente en cada punto $x \in [0, L]$, cabe considerar que el daño promedio a lo largo del recorrido será más representativo que el daño instantáneo a efectos de calcular el factor de amplificación $\Phi(T)$, lo que da lugar a la expresión

$$\Phi(T)^{1/\alpha} \approx \frac{1}{t_{\max}} \int_{t=0}^{t=t_{\max}} (1 + \eta(t))^{1/\alpha} dt. \quad (23)$$

8 MODELO EVOLUTIVO DEL DAÑO ACUMULADO

Para completar el modelo, es preciso indicar cómo se degrada el perfil de la carretera a lo largo del tiempo. Según [Paterson 1986] la evolución del IRI se ajusta a la expresión

$$\text{IRI}(T) = 1.04 \cdot e^{\beta T} \cdot \text{IRI}_0 + 2.63 \cdot 10^{-4} \cdot (1 + \text{SNC})^{-5} \cdot \text{CESAL}(T), \quad (24)$$

donde IRI_0 es el valor inicial del IRI en la fecha de entrada en servicio; β es un coeficiente en el rango $[0.01, 0.70]$ que depende de las condiciones climáticas locales; SNC es un parámetro que cuantifica la calidad estructural de la carretera tal y como se define en la norma norteamericana [AASHTO 1998]; y $\text{CESAL}(T)$ es el volumen de tráfico acumulado hasta el instante de tiempo T expresado como el número equivalente de ejes de 80 kN.

En este estudio se han utilizado los valores $\beta = 0.15$ (que se ha considerado adecuado para las carreteras gallegas tras consultar a varios expertos de la administración de carreteras de la Comunidad Autónoma y de la empresa *Eurovía*) y $\text{SNC} = 4.5$. Por otro lado, aplicando la regla de Miner, teniendo en cuenta el modelo de fatiga definido por (3), y realizando las simplificaciones habituales para calcular el número equivalente de ejes tipo, el valor de $\text{CESAL}(T)$ se puede expresar en función de $E(T)$ como

$$\text{CESAL}(T) \approx E(T) \cdot \left(\frac{128}{80}\right)^{1/\alpha}. \quad (25)$$

Según la expresión (21), el perfil de la carretera $p(x)$ se introduce en el modelo mediante su transformada de Laplace $P(\xi)$, que se puede expresar en forma polar como

$$P(\xi) = |P(\xi)| e^{i \arg(P(\xi))}, \quad \text{donde} \quad |P(\xi)| = \left(\varphi(\omega)\big|_{\omega=-i\xi}\right)^{1/2}, \quad (26)$$

siendo $\varphi(\omega)$ la densidad espectral de potencia (o PSD, por las siglas del inglés *Power Spectral Density*). Según [ISO 1972] y [Cebon 1999] la siguiente expresión general reproduce adecuadamente la función espectral de potencia de un pavimento

$$\varphi(\omega) = \varphi(\omega_0) \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{-n}, \quad (27)$$

donde n es una constante real en el rango $[2, 3]$ y ω_0 es una cota superior de corte para el valor de ω . En este trabajo se toman los valores $n = 2$ y $\omega_0 = 0.1 \text{ m}^{-1}$. Por otro lado, $\varphi(\omega_0)$ es el máximo valor de la función espectral de potencia del perfil, que crece a medida que se deteriora la superficie del pavimento. Según [Misaghi 2011], el valor de $\varphi(\omega_0)$ se puede expresar en términos del valor del IRI en el instante de tiempo T como

$$\varphi(\omega_0) = 2.52 \cdot 10^{-6} \cdot (\text{IRI}(T))^{2.37}. \quad (28)$$

Por último, se acepta que el argumento de la transformada de Laplace $P(\xi)$ no es relevante en este caso, lo que permite tomar $\arg(P(\xi)) \approx 2\pi \text{rand}()$, siendo $\text{rand}()$ una función cualquiera que proporcione valores pseudo-aleatorios uniformemente distribuidos en el intervalo $[0, 1]$.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado un modelo integrado para el análisis a fatiga de firmes flexibles que considera el efecto de la carga dinámica de rodadura.

Para ello se define un indicador de daño acumulado que tiene en cuenta la evolución temporal de la carga dinámica que ejercen los vehículos pesados sobre el pavimento. El previsible aumento de esta carga a medida que se degrada el perfil longitudinal de rugosidad de la carretera se introduce en la formulación mediante un factor de amplificación. Para evaluar este factor se generaliza el planteamiento del modelo de un cuarto de coche que se utiliza comúnmente para calcular el IRI. La formulación se completa con un procedimiento de tipo estándar que permite simular cómo se deteriora la rugosidad superficial del firme a lo largo del tiempo.

El modelo ha sido implementado, calibrado y aplicado para cuantificar el acortamiento de la vida útil de diversas secciones de firme debido al efecto de las cargas dinámicas de rodadura. En la Figura 4 se muestra la evolución en el tiempo del indicador de daño acumulado por fatiga (14) calculado mediante esta formulación para la sección T3121, cuyo análisis conforme a la Norma 6.1-IC fue presentado en el apartado N.º 4.

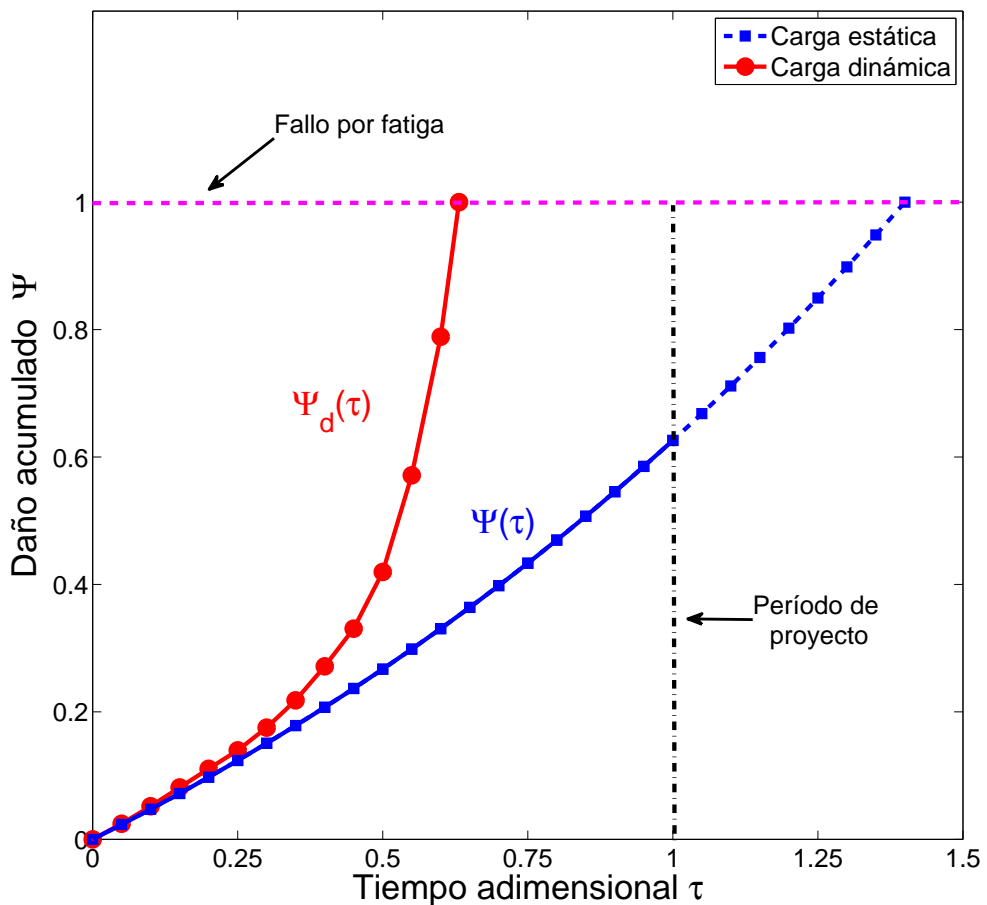


Figura 4. Evolución del indicador de daño $\psi_d(\tau)$ para la sección T3121.

Es obvio que esta sección no está sobredimensionada (como predice la Norma 6.1–IC), sino muy infradimensionada. Es importante resaltar que el fallo por fatiga ($\psi(\tau_s) = 1$) se alcanza para $\tau_s \approx 0.6$, lo que reduce la vida útil estimada para esta sección a unos 12 años, 8 por debajo del período de proyecto y 16 menos que la estimación de la Norma.

Como se ha puesto de manifiesto, considerar la carga dinámica de rodadura en el análisis a fatiga de un pavimento flexible puede originar un importante descenso en el valor estimado de la vida útil del firme. La importancia de este aserto y sus implicaciones justifican la conveniencia de introducir estos factores en una futura revisión de la normativa.

La formulación propuesta es específica para la norma española 6.1–IC, pero los conceptos subyacentes no son restrictivos y pueden aplicarse a cualquier ley de fatiga por deformación. Por tanto, el modelo puede adaptarse fácilmente a otras regulaciones.

En futuros trabajos se presentarán otros ejemplos y se discutirá la posible aplicación de este modelo para evaluar diferentes estrategias de diseño y conservación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- .– AASHTO / American Association of State Highway and Transportation Officials. *AASHTO Guide for Design of Pavement Structures 1998*. Washington, D.C., 1998.
- .– Burmister, D. M. The general theory of stresses and displacements in layered systems. *Journal of Applied Physics*, Vol. 16, 1945, pp. 89–94.
- .– Cebon, D. *Handbook of Vehicle-Road Interaction*. Swets & Zeiringer Eds., Lisse (Netherlands), 1999.
- .– DGC / Dirección General de Carreteras, Secretaría de Estado de Infraestructuras. *Norma 6.1–IC “Secciones de Firme” de la Instrucción de Carreteras*. Centro de Publicaciones del Ministerio de Fomento, Gobierno de España, 2003.
- .– Gillespie, T.D., M.W. Sayers y L. Segel. *Calibration of Response-Type Road Roughness Measuring Systems, National Cooperative Highway Research Program Report No. 228*. Transportation Research Board of the National Academies, Washington, D.C., 1980.
- .– ISO / International Organization for Standardization. *Proposals for generalised road inputs to vehicles*. ISO/TC/108/WGp draft No. 3e, ISO, 1972.
- .– Kraemer, C. y R. Albelda. Evaluación técnico-económica de las secciones de firme de la Norma 6.1–IC. *VI Congreso Nacional de Firmes: Normalización e Innovación*, Asociación Española de la Carretera, Madrid, 2004.
- .– Melis, M. *Dinámica Vertical de la Vía*. Cátedra de Ferrocarriles, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid (Spain), 2008.
- .– Misaghi, S. *Impact of Truck Suspension and Road Roughness on Loads Exerted to Pavements*. MSc Thesis Dissertation, University of Texas at El Paso. ETD Collection for UTEP, Paper AAI1494314, El Paso, 2011.
- .– Navarrina, F., L. Ramírez, J. París, X. Nogueira, I. Colominas, M. Casteleiro y J.R. Fernández-de-Mesa. Comprehensive Model for Fatigue Analysis of Flexible Pavements Considering Effects of Dynamic Axle Loads. *Compendium of Papers of the Transportation Research Board 94th Annual Meeting, Washington, D.C. 2015*. Omnipress and the Transportation Research Board of the National Academies, Washington, D.C., 2015. <http://pubsindex.trb.org/>. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, No. 2542, Transportation Research Board of the National Academies, Washington, D.C., 2015 [en prensa].
- .– Paterson, W.D.O. International Roughness Index: Relationship to Other Measures of Roughness and Riding Quality. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, No. 1084, Transportation Research Board of the National Academies, Washington, D.C., 1986, pp. 49-59.
- .– Sayers, M. W. y S.M. Karamihis. *The Little Book of Profiling*. The Regent of the University of Michigan, Michigan, 1998.